2025～2026 学年第一学期质量检测

高二数学参考答案及评分标准

2026.02

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1—4. B A A B　　　5—8. B C D C

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. BCD　　　10. AC　　　11. ACD

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. $4x+y-14=0$　　　13. 20260　　　14. $2\sqrt{2}$

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. 解：(1) 过 $B(-3,1)$，$C(0,-2)$ 两点的直线方程为 $\frac{y+2}{1+2}=\frac{x-0}{-3-0}$，……………………… 4 分

整理得，$x+y+2=0$. ……………………………………………………………… 6 分

(2) **解法一**　设△ABC 的外接圆的方程为 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$ …………… 8 分

因为 $A(3,4)$，$B(-3,1)$，$C(0,-2)$ 都在圆上，

所以，$\begin{cases}25+3D+4E+F=0\\10-3D+E+F=0\\4-2E+F=0\end{cases}$，……………………………………………… 10 分

解得，$\begin{cases}D=-1\\E=-3\\F=-10\end{cases}$. ……………………………………………………… 12 分

所以，△ABC 的外接圆的方程为 $x^2+y^2-x-3y-10=0$. ………………………… 13 分

解法二　由 $A(3,4)$，$B(-3,1)$，得线段 AB 的中点坐标为 $M(0,\frac{5}{2})$，

又 $k_{AB}=\frac{4-1}{3+3}=\frac{1}{2}$，所以线段 AB 的垂直平分线的斜率为 $k=-\frac{1}{k_{AB}}=-2$，

所以，线段 AB 的垂直平分线的方程为 $y=-2x+\frac{5}{2}$，即 $4x+2y-5=0$，………… 8 分

同理可得，线段 BC 的垂直平分线的方程为 $x-y+1=0$，…………………………… 10 分

由 $\begin{cases}4x+2y-5=0\\x-y+1=0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\y=\frac{3}{2}\end{cases}$，

所以圆心坐标为 $E(\frac{1}{2},\frac{3}{2})$，……………………………………………………… 11 分

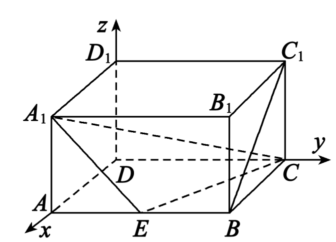
又 $r=|AE|=\sqrt{(3-\frac{1}{2})^2+(4-\frac{3}{2})^2}=\frac{5}{2}\sqrt{2}$，……………………………… 12 分

所以，△ABC 的外接圆的方程为 $(x-\frac{1}{2})^2+(y-\frac{3}{2})^2=\frac{25}{2}$. ……………………… 13 分

16. 解：以 D 为原点，DA，DC，DD_1 所在直线分别为 x 轴、y 轴、z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系. 则 $E(3,2,0)$，$C(0,4,0)$，$A_1(3,0,2)$，$B(3,4,0)$，$C_1(0,4,2)$. ……… 2 分

$\overrightarrow{EC}=(-3,2,0)$，$\overrightarrow{EA_1}=(0,-2,2)$，$\overrightarrow{BC_1}=(-3,0,2)$，$\overrightarrow{A_1C_1}=(-3,4,0)$. ……… 4 分

(1) 设 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$ 是平面 ECA_1 的一个法向量，



则 $\boldsymbol{n}\perp\overrightarrow{EC}$，$\boldsymbol{n}\perp\overrightarrow{EA_1}$.

所以 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{EC}=-3x+2y=0\\\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{EA_1}=-2y+2z=0\end{cases}$，令 $z=3$，

则 $x=2$，$y=3$. $\boldsymbol{n}=(2,3,3)$ ……………………………………………………… 7 分

又因为 $\overrightarrow{BC_1}=(-3,0,2)$，所以 $\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BC_1}=2\times(-3)+3\times0+3\times2=0$，

所以 $\boldsymbol{n}\perp\overrightarrow{BC_1}$，……………………………………………………………… 9 分

又因为 $BC_1\not\subset$ 平面 ECA_1，所以 $BC_1/\!/$ 平面 ECA_1. ………………………… 10 分

(2) 设点 C_1 到平面 ECA_1 的距离为 d，则

$d=\frac{|\overrightarrow{A_1C_1}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\boldsymbol{n}|}$，…………………………………………………………… 12 分

$=\frac{|(-3,4,0)\cdot(2,3,3)|}{\sqrt{22}}=\frac{3\sqrt{22}}{11}$.

所以，点 C_1 到平面 ECA_1 的距离为 $\frac{3\sqrt{22}}{11}$. ……………………………………… 15 分

17. 解：(1)设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，

则$\begin{cases}4a_1+6d=4(2a_1+d)\\a_1+d=2a_1+1\end{cases}$. ………………………………………………… 2分

解得$\begin{cases}a_1=1\\d=2\end{cases}$. ………………………………………………………………… 4分

故$a_n=a_1+(n-1)d=1+2(n-1)=2n-1$. …………………………………… 6分

(2)由题意可知$c_n=a_nb_n=(2n-1)\cdot 3^{n-1}$.

则 $T_n=1\times3^0+3\times3+5\times3^2+\cdots+(2n-1)\cdot3^{n-1}$ ①，

故 $3T_n=\quad 1\times3+3\times3^2+5\times3^3+\cdots+(2n-3)\cdot3^{n-1}+(2n-1)\cdot3^n$ ②，…… 8分

故①－②得：

$-2T_n=1+2\times3+2\times3^2+\cdots+2\times3^{n-1}-(2n-1)\cdot3^n$ …………………… 10分

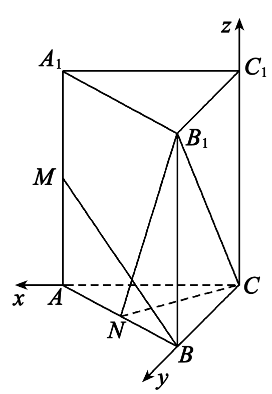
$=1+2\times\dfrac{3-3^n}{1-3}-(2n-1)\cdot3^n$,

$=1+3^n-3-(2n-1)\cdot3^n$

$=-2+(2-2n)\cdot3^n$. ……………………………………………………………… 14分

故$T_n=1+(n-1)\cdot3^n$. ……………………………………………………………… 15分

18. 解：(1)由题意，以C为原点，分别以CA,CB,CC_1所在直线为x轴、y轴、z轴，建立如图所示的空间直角坐标系. 设$AA_1=t,(t>0)$



则$C(0,0,0),A(2,0,0),A_1(2,0,t),B(0,2,0),B_1(0,2,t)$，

$N(1,1,0)$，所以$\overrightarrow{CB_1}=(0,2,t),\overrightarrow{CN}=(1,1,0)$，………… 2分

设平面B_1NC的法向量$\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，

则$\begin{cases}\overrightarrow{CB_1}\cdot\boldsymbol{n}=0\\\overrightarrow{CN}\cdot\boldsymbol{n}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}2y+tz=0\\x+y=0\end{cases}$.

令$x=1$，得$\boldsymbol{n}=(1,-1,\dfrac{2}{t})$. ………………………………… 6分

因为z轴垂直于平面ABC，所以$\boldsymbol{m}=(0,0,1)$是平面ABC的一个法向量，

设平面B_1NC与平面ABC所成的角为θ，则

$|\cos\theta|=\dfrac{|\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{m}|}{|\boldsymbol{n}|\times|\boldsymbol{m}|}=\dfrac{|\frac{2}{t}|}{\sqrt{1^2+1^2+(\frac{2}{t})^2}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，………………………………… 8分

化简得$t^2=8$，因为$t>0$，所以$t=2\sqrt{2}$.

所以，直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的侧棱长为$2\sqrt{2}$. ………………………… 10分

(2)因为M是AA_1的中点，所以$M(2,0,\sqrt{2})$，则$\overrightarrow{BM}=(2,-2,\sqrt{2})$，………… 11分

由(1)知，平面B_1NC的法向量$\boldsymbol{n}=(1,-1,\dfrac{\sqrt{2}}{2})$，………………………… 12分

所以$\sin\varphi=|\cos\langle\overrightarrow{BM},\boldsymbol{n}\rangle|=\dfrac{|\overrightarrow{BM}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\overrightarrow{BM}|\times|\boldsymbol{n}|}$ ………………………… 13分

$=\dfrac{|(2,-2,\sqrt{2})\cdot(1,-1,\frac{\sqrt{2}}{2})|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+(\sqrt{2})^2}\times\sqrt{1^2+(-1)^2+(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}}=1$，………………… 16分

所以$\varphi=\dfrac{\pi}{2}$. ……………………………………………………………… 17分

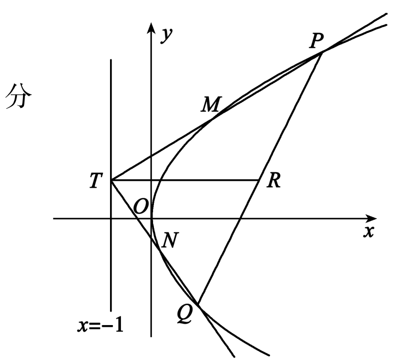
19. 解：(1)设$A(x,y),F(\dfrac{p}{2},0)$，准线方程为$x=-\dfrac{p}{2}$，

由题意得，$x+\dfrac{p}{2}=2,y=\pm\sqrt{2p}$，

所以，$x=2-\dfrac{p}{2},A(2-\dfrac{p}{2},\pm\sqrt{2p})$. ……………………………………… 2分

又点A在E：$y^2=2px(p>0)$上，所以，$(\pm\sqrt{2p})^2=2p(2-\dfrac{p}{2})$，

解得$p=2$.



所以，E的方程为$y^2=4x$. …………………………… 5分

(2)设$T(-1,t),P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2),R(x_0,y_0)$，

由$\overrightarrow{TM}=\overrightarrow{MP}$知，$M$为$TP$的中点，

所以$M(\dfrac{x_1-1}{2},\dfrac{y_1+t}{2})$.

又M在E上，所以$(\dfrac{t+y_1}{2})^2=4\times\dfrac{x_1-1}{2}=2(x_1-1)$，………………………… 6分

又因为$y_1^2=4x_1$，所以$(\dfrac{t+y_1}{2})^2=\dfrac{y_1^2}{2}-2$，

整理得：　$y_1^2-2ty_1-8-t^2=0$.①…………………………………………………… 7 分

同理可得：$y_2^2-2ty_2-8-t^2=0$.② …………………………………………………… 8 分

由①②知，y_1，y_2 是方程 $y^2-2ty-8-t^2=0$ 的两根，…………………………… 9 分

且 $y_1+y_2=2t$，$y_1y_2=-8-t^2$， ……………………………………………… 10 分

所以，$y_0=\dfrac{y_1+y_2}{2}=t$.

于是直线 TR 与抛物线 E 的对称轴平行或重合. ………………………………… 11 分

(3)因为 R 为 PQ 的中点，且 $x_1=\dfrac{y_1^2}{4}$，$x_2=\dfrac{y_2^2}{4}$，

所以 $x_0=\dfrac{x_1+x_2}{2}=\dfrac{y_1^2+y_2^2}{8}=\dfrac{1}{8}[(y_1+y_2)^2-2y_1y_2]$

$=\dfrac{1}{8}(4t^2+16+2t^2)$

$=\dfrac{3}{4}t^2+2$. ……………………………………………………………… 13 分

所以，$S_{\triangle TPQ}=\dfrac{1}{2}\times|TR|\times|y_1-y_2|$ …………………………………………… 14 分

$=\dfrac{1}{2}\times|x_R-x_T|\times|y_1-y_2|$

$=\dfrac{1}{2}\times(\dfrac{3}{4}t^2+3)\times\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}$

$=\dfrac{1}{2}\times(\dfrac{3}{4}t^2+3)\times\sqrt{4t^2+32+4t^2}$

$=\dfrac{3\sqrt{2}}{4}(t^2+4)^{\frac{3}{2}}$. ………………………………………………… 16 分

令 $f(x)=\dfrac{3\sqrt{2}}{4}x^{\frac{3}{2}}$，显然 $f(x)$在$[4,+\infty)$上单调递增，

所以，$S_{\triangle TPQ}\geqslant\dfrac{3\sqrt{2}}{4}\times4^{\frac{3}{2}}=6\sqrt{2}$，当且仅当 $t=0$ 时，取得最小值.

所以，$\triangle TPQ$ 面积的最小值为 $6\sqrt{2}$. ……………………………………………… 17 分