2025～2026 学年第一学期质量检测

高一数学参考答案及评分标准

2026.02

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1—4. B A D B　　5—8. C D C A

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. BD　　10. BCD　　11. ABD

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. $f(x)=x^{\frac{1}{2}},x\geqslant 0$　　13. $\frac{3\pi}{4}/135^{\circ}$　　14. $(\frac{1}{e},1]\cup[e,e^{2})$

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. 解：(1) 因为角 α 的终边与单位圆的交点为 $P(-\frac{3}{5},\frac{4}{5})$，由三角函数定义知，

$\sin\alpha=\frac{4}{5},\cos\alpha=-\frac{3}{5}$，…………………… 4 分

$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\frac{4}{3}$. …………………… 6 分

(2) $\frac{\sin(\pi-\alpha)+\cos(\pi+\alpha)}{\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)-\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)}=\frac{\sin\alpha-\cos\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}$ …………………… 10 分

$=\frac{\tan\alpha-1}{1+\tan\alpha}=\frac{-\frac{4}{3}-1}{1-\frac{4}{3}}$ …………………… 12 分

$=7$. …………………… 13 分

16. 解：(1) $f(x)=\frac{2}{x-1}$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减. …………………… 2 分

设 $\forall x_1,x_2\in(1,+\infty)$，且 $x_1<x_2$，则

$f(x_1)-f(x_2)=\frac{2}{x_1-1}-\frac{2}{x_2-1}=\frac{2[(x_2-1)-(x_1-1)]}{(x_1-1)(x_2-1)}=\frac{2(x_2-x_1)}{(x_1-1)(x_2-1)}$ …… 6 分

因为 $1<x_1<x_2$，所以 $x_2-x_1>0$，$(x_1-1)(x_2-1)>0$，…………………… 8 分

于是 $f(x_1)-f(x_2)>0$，即 $f(x_1)>f(x_2)$，

所以 $f(x)=\frac{2}{x-1}$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减. …………………… 9 分

(2) 因为 $g(x)$ 为定义在 $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$ 上的奇函数，

所以 $g(-x)=-g(x)$. …………………… 11 分

当 $x\in(-\infty,-1)$ 时，$-x\in(1,+\infty)$，

所以 $g(x)=-g(-x)=-f(-x)=-\frac{2}{-x-1}=\frac{2}{x+1}$. …………………… 14 分

所以 $g(x)=\begin{cases}\frac{2}{x-1},x>1,\\ \frac{2}{x+1},x<-1.\end{cases}$ …………………… 15 分

17. 解：(1) $f(x)=(\cos^2x+\sin^2x)(\cos^2x-\sin^2x)+2\sin x\cos x$ …………………… 2 分

$=\cos 2x+\sin 2x$ …………………… 4 分

$=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})$. …………………… 6 分

所以，$f(x)$ 的最小正周期 $T=\frac{2\pi}{\omega}=\pi$. …………………… 7 分

(2) 由题知，$g(x)=\sqrt{2}\sin(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{4})$，…………………… 8 分

所以 $h(x)=g(x+\frac{\pi}{6})=\sqrt{2}\sin[\frac{1}{2}(x+\frac{\pi}{6})+\frac{\pi}{4}]=\sqrt{2}\sin(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{3})$，…………………… 10 分

令 $z=\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{3}$，$x\in[-2\pi,2\pi]$，则 $z\in[-\frac{2}{3}\pi,\frac{4}{3}\pi]$ …………………… 11 分

因为 $y=\sin z$，$z\in[-\frac{2}{3}\pi,\frac{4}{3}\pi]$ 的单调递增区间是 $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$，…………………… 12 分

且由 $-\frac{\pi}{2}\leqslant\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{\pi}{2}$，得 $-\frac{5\pi}{3}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{3}$. …………………… 14 分

所以，函数 $h(x)=\sqrt{2}\sin(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{3})$，$x\in[-2\pi,2\pi]$ 的单调递增区间是 $[-\frac{5\pi}{3},\frac{\pi}{3}]$.

…………………… 15 分

18. 解：(1)模型①更符合实际. ………………………………………………………… 2 分

对于模型②，函数 $Q_2(v)=0.5^v+a$ 是减函数，而 $Q(40)<Q(60)$，

所以模型②不符合实际；………………………………………………………… 4 分

不妨取数据(20，2800)，(40，4800)代入 $Q_1(v)=\frac{1}{20}v^3+bv^2+cv$ 得，

$$\begin{cases}\frac{1}{20}\times 20^3+b\times 20^2+c\times 20=2800,\\ \frac{1}{20}\times 40^3+b\times 40^2+c\times 40=4800,\end{cases}\text{即}\begin{cases}20b+c=120,\\ 40b+c=40\end{cases}$$

解得 $\begin{cases}b=-4,\\ c=200.\end{cases}$ ………………………………………………………… 6 分

所以 $Q_1(v)=\frac{1}{20}v^3-4v^2+200v$，将(60，8400)代入，也符合. ………………… 7 分

(2)设汽车国道上的耗电量为 $h(v)$，高速上的耗电量为 $f(v)$，总耗电为 $w(v)$，则

$h(v)=Q_1(v)\times\frac{40}{v}=2(v-40)^2+4800$. ………………………………………… 9 分

当 $v\in[0,40]$ 时，函数 $y=h(v)$ 是减函数；当 $v\in[40,80)$ 时，函数 $y=h(v)$ 是增函数，

所以 $h(v)_{\min}=h(40)=4800$. ………………………………………………… 11 分

$f(v)=N(v)\times\frac{200}{v}=400(v+\frac{2000}{v}-5)$. ………………………………… 13 分

易知函数 $y=f(v)$ 在 $v\in[80,120]$ 上单调递增，

所以 $f(v)_{\min}=f(80)=40000$；………………………………………………… 15 分

所以，$w(v)_{\min}=h(v)_{\min}+f(v)_{\min}=4800+40000=44800$.

所以，该车在国道和高速上分别以 40km/h 和 80km/h 行驶时，总耗电最少，

最少为 44800Wh. ………………………………………………………… 17 分

19. 解：(1)

函数 \ 性质	$y=F(x)$
奇偶性	奇函数
单调性	$F(x)$是增函数
值域	$(-1,1)$

………………………………………………………………………… 6 分

(2)由(1)知，$F(x)$是奇函数，又 $F(f(2x))+F(2\lambda g(x)-5)=0$，

所以，$F(f(2x))=-F(2\lambda g(x)-5)=F(5-2\lambda g(x))$. ……………………… 7 分

因为 $F(x)$是增函数，所以，$f(2x)=5-2\lambda g(x)$，

即 $\frac{e^{2x}+e^{-2x}}{2}=5-\lambda(e^x-e^{-x})$(☆). ……………………………………… 8 分

令 $t=e^x-e^{-x}$，$x\in(0,\ln3)$，则 $t^2=e^{2x}+e^{-2x}-2$，$e^{2x}+e^{-2x}=t^2+2$.

显然，$t=e^x-e^{-x}$ 在$(0,\ln3)$上单调递增，$t(0)=0$，$t(\ln3)=\frac{8}{3}$，

所以，t 的取值范围是$(0,\frac{8}{3})$. ……………………………………………… 9 分

故(☆)可化为 $t^2+2=10-2\lambda t$，即 $\lambda=\frac{4}{t}-\frac{t}{2}$ 在 $t\in(0,\frac{8}{3})$上有解. ………… 10 分

因为 $y=\frac{4}{t}$，$y=-\frac{t}{2}$ 在$(0,\frac{8}{3})$上单调递减，故 $y=\frac{4}{t}-\frac{t}{2}$ 在$(0,\frac{8}{3})$上单调递减，

所以 $\lambda>\frac{4}{\frac{8}{3}}-\frac{\frac{8}{3}}{2}=\frac{1}{6}$，

因此，实数 λ 的取值范围是$(\frac{1}{6},+\infty)$. ……………………………………… 12 分

(3)因为 $h(x)=F(x-1)+\frac{1}{5}$，

所以 $h(2-x)=F(1-x)+\frac{1}{5}$，$h(x)+h(2-x)=F(x-1)+F(1-x)+\frac{2}{5}$

又因为 $y=F(x)$为奇函数，所以 $F(x-1)+F(1-x)=0$

所以，$h(x)+h(2-x)=\frac{2}{5}$. ……………………………………………………… 14 分

$$\begin{aligned}2H(n)&=2[h(x_1)+h(x_2)+h(x_3)+\cdots+h(x_{2n-1})]\\&=[h(x_1)+h(x_{2n-1})]+[h(x_2)+h(x_{2n-2})]+\cdots+[h(x_{2n-1})+h(x_1)]\\&=\frac{2(2n-1)}{5},\end{aligned}$$

所以，$H(n)=\frac{2n-1}{5}$. ……………………………………………………… 15 分

又 $F(x)$的值域为$(-1,1)$，$\forall x\in\mathbf{R}$，$F(x)\leqslant H(n)$，

所以 $\frac{2n-1}{5}\geqslant 1$，……………………………………………………… 16 分

解得 $n\geqslant 3$，又因为 $n\in\mathbf{N}^*$，所以 n 的最小值为 3. ………………………… 17 分