

2025~2026 学年度第一学期期中质量检测

高一数学试题参考答案及评分标准

一、单项选择题（每小题 5 分，共 40 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	D	A	D	D	A	A	C

二、多项选择题(每小题 6 分，共 18 分)

9. ABC

10. ABD

11. ABD

三、填空题(每小题 5 分，共 15 分)

12. (1,-1)

13. 3

14. $|x|-1$ （答案不唯一）

四、解答题(共 77 分)

(注意：答案仅提供一种解法，学生的其他正确解法应依据本评分标准，酌情赋分.)

15.（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）由 $-x^2 - x + 6 > 0$ ，得 $x^2 + x - 6 < 0$ 2 分

所以 $(x+3)(x-2) < 0$ ，

所以 $-3 < x < 2$.

则原不等式的解为 $(-3, 2)$ 6 分

（Ⅱ）由 $x + 8y = xy$ 可得： $\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = 1$ 8 分

又 $x > 0$ ， $y > 0$ ，

所以 $x + 2y = (x + 2y)(\frac{8}{x} + \frac{1}{y})$

$$= \frac{16y}{x} + \frac{x}{y} + 10$$

$$\geq 2\sqrt{\frac{16y}{x} \cdot \frac{x}{y}} + 10 = 18. \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

当且仅当 $\frac{16y}{x} = \frac{x}{y}$ 时等号成立,

$$\text{又 } \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = 1, \text{ 可得 } x = 12, y = 3,$$

即当 $x = 12, y = 3$ 时, $x + 2y$ 取得最小值 18. $\dots\dots\dots 13 \text{ 分}$

16. (本小题满分 15 分)

解: (I) 由于月产量是 x 台, 则总成本为 $18000 + 100x$ 元. $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$$\text{当 } 0 \leq x \leq 400 \text{ 时, } y = 500x - \frac{1}{2}x^2 - (18000 + 100x),$$

$$\text{即 } y = -\frac{1}{2}x^2 + 400x - 18000; \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{当 } x > 400 \text{ 时, } y = 90000 - (18000 + 100x) = -100x + 72000,$$

$$\text{即 } y = -100x + 72000. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } P = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 + 400x - 18000, & 0 \leq x \leq 400, \\ -100x + 72000, & x > 400. \end{cases} \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$(II) \text{ 当 } 0 \leq x \leq 400 \text{ 时, } y = -\frac{1}{2}x^2 + 400x - 18000.$$

$$\text{当 } x = 400 \text{ 时, } y_{\max} = 62000; \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\text{当 } x > 400 \text{ 时, } y = -100x + 72000 < 32000. \dots\dots\dots 14 \text{ 分}$$

即当月产量为 400 台时, 该科技公司所获月利润最大,

最大月利润为 62000 元. 15 分

17. (本小题满分 15 分)

解: (I) 把点 (2,8) 代入 $f(x) = x^a$,

得 $2^a = 8$ 1 分

解得 $a = 3$ 4 分

所以 $f(x) = x^3$ 5 分

(II) 函数的定义域是 $\mathbf{R}$ 6 分

$\forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, 且 $x_1 < x_2$, 7 分

则 $f(x_1) - f(x_2) = x_1^3 - x_2^3$ 8 分

$$= (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2)$$

$$= (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1x_2 + \frac{x_2^2}{4} + \frac{3x_2^2}{4})$$

$$= (x_1 - x_2)[(x_1 + \frac{x_2}{2})^2 + \frac{3x_2^2}{4}]. 12 分$$

因为 $x_1 < x_2$, 所以 $x_1 - x_2 < 0$,

所以 $f(x_1) < f(x_2)$ 14 分

即 $f(x) = x^3$ 在其定义域 $\mathbf{R}$ 上单调递增. 15 分

18. (本小题满分 17 分)

解: (I) $f(x)$ 是奇函数时, $f(-x) = -f(x)$,

即 $\frac{-2^{-x}+a}{2^{-x+1}+b} = -\frac{-2^x+a}{2^{x+1}+b}$ 对定义域内任意实数 x 都成立.

即 $(2a-b) \cdot (2^x+2^{-x}) + (2ab-4) = 0$ 4 分

对定义域内任意实数 x 都成立,

$$\text{所以} \begin{cases} 2a-b=0, \\ 2ab-4=0 \end{cases},$$

$$\text{所以} \begin{cases} a=-1 \\ b=-2 \end{cases} \text{或} \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}. \text{ 8 分}$$

(II) 当 $\begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$ 时,

$$f(x) = \frac{-2^x+1}{2^{x+1}+2},$$

定义域为 $\mathbf{R}$, 不符合题意; 9 分

当 $\begin{cases} a=-1 \\ b=-2 \end{cases}$ 时,

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{-2^x-1}{2^{x+1}-2} \\ &= -\frac{1}{2} + \frac{1}{1-2^x} \quad (x \neq 0). \text{ 13 分} \end{aligned}$$

当 $x > 0$ 时, 因为 $2^x > 1$, 故 $1-2^x < 0$, 则 $\frac{1}{1-2^x} < 0$

所以 $f(x) < -\frac{1}{2}$; 15 分

当 $x < 0$ 时, $-x > 0$, $f(x) = -f(-x) > \frac{1}{2}$ 16 分

综上所述, 函数 $f(x)$ 的值域为 $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$ 17 分

19. (本小题满分 17 分)

解: (I) 因为 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = x^2 e^x$,

所以当 $x < 0$, 有 $-x > 0$,

$$\text{故 } f(x) = -f(-x) = -(-x)^2 e^{-x} = -x^2 e^{-x}. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{故 } f(x) = \begin{cases} -x^2 e^{-x}, & x < 0, \\ x^2 e^x, & x \geq 0. \end{cases} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

函数 $f(x)$ 在定义域 $\mathbf{R}$ 上单调递增. $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

(II) 因为函数 $f(x)$ 在定义域 $\mathbf{R}$ 上的单调递增.

原不等式恒成立等价于 $f(ax^2 - 3x - 1) + ax^2 - 3x - 1 > -f(5 - ax) + ax - 5$ 对任意的 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立,

即 $f(ax^2 - 3x - 1) + ax^2 - 3x - 1 > f(ax - 5) + ax - 5$ 对任意的 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立.

$\dots\dots\dots 12 \text{ 分}$

构造函数 $h(x) = f(x) + x$, 易知 $h(x)$ 也是 $\mathbf{R}$ 上的增函数,

故原不等式恒成立等价于 $ax^2 - 3x - 1 > ax - 5$ 对任意的 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立.

即 $ax^2 - (3+a)x + 4 > 0$ 对任意的 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立. $\dots\dots\dots 14 \text{ 分}$

①当 $a \leq 0$ 时, 结论显然不成立; $\dots\dots\dots 15 \text{ 分}$

②当 $a > 0$ 时,

$$\text{则 } (3+a)^2 - 16a < 0, \text{ 解得 } 1 < a < 9.$$

故实数 a 的取值范围是 $(1, 9)$. $\dots\dots\dots 17 \text{ 分}$