

# 2025—2026 学年第一学期 10 月单元过关考试

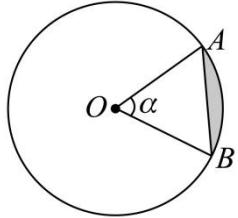
## 高三数学试题

时间：2025 年 10 月 命题：孔维茂 审核：王光伟

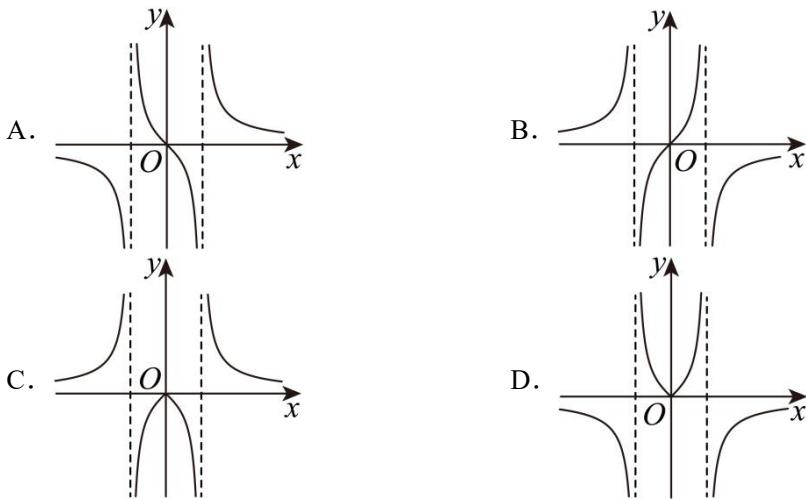
注意事项：

- 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在试卷上无效。
- 考试结束后，本试卷和答题卡一并交回。

一、单选题：(本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。)

- 已知集合  $A = \left\{ x \left| \frac{x-1}{x-4} > 0 \right. \right\}$ ,  $B = \left\{ x \left| \ln \frac{x}{2} < 0 \right. \right\}$  则  $C_R(A \cup B) = (\quad)$   
A. [1, 4]      B. [2, 4]      C. (2, 4)      D. [1, 2]
- 如图，圆  $O$  的半径为 1，劣弧  $\widehat{AB}$  的长为  $\frac{\pi}{3}$ ，则阴影部分的面积为 ( )  
A.  $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$       B.  $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$       C.  $\frac{\pi}{6} - \sqrt{3}$       D.  $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ 
- 设  $a = 2^{-0.5}$ ,  $b = \left(\frac{1}{2}\right)^{0.3}$ ,  $c = \log_{0.5} 0.3$ , 则  $a, b, c$  的大小关系为 ( )  
A.  $c < b < a$       B.  $a < b < c$   
C.  $b < a < c$       D.  $c < a < b$
- 若函数  $f(x) = \begin{cases} \log_3(x+2), & -2 < x \leq 1 \\ x + \frac{m}{x}, & x > 1 \end{cases}$ , 在  $(-2, +\infty)$  上单调递增，则  $m$  的取值范围是 ( )  
A.  $(-\infty, 1]$       B.  $[-1, 1]$       C.  $[0, 1]$       D.  $[0, +\infty)$
- 已知函数  $f(x) = \frac{2^x - 2^{-x} - \sin x}{2}$ , 若对于一切的实数  $x$ , 不等式  $f(2kx^2) < f\left(\frac{3}{8} - kx\right)$  恒成立，则  $k$  的取值范围为 ( )  
A.  $[-2, 0)$       B.  $(-2, 0)$       C.  $[-3, 0]$       D.  $(-3, 0]$
- 已知函数  $f(x) = e^x + x$ ,  $g(x) = \ln x + x$ , 若  $f(a) = g(b) = 2$ , 则下列各式成立的是 ( )  
A.  $ab \geq 1$       B.  $a^3 + b^3 > 2$       C.  $e^a + \ln b < 2$       D.  $e^a + e^b \geq 2e^2$

7. 下列图象中, 函数  $f(x)=\frac{x}{4x^2-1}$  的部分图象有可能是 ( )



8. 已知实数  $x, y$  满足  $\ln(2x+y)-e^{x+2y}-x+y+2 \geq 0$  则  $x+y$  的值为 ( )

- A. 1    B.  $\frac{2}{3}$     C.  $\frac{1}{3}$     D.  $\frac{1}{5}$

二、多选题 (本题共 3 小题, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求.)

9. 已知  $a > 0, b > 0$ , 则下列结论正确的是 ( )

- A. 若  $a+b=1$ , 则  $a^2+4b^2 \geq \frac{5}{4}$   
 B. 若  $a+b=1$ , 则  $\sqrt{a}+\sqrt{b}$  的最大值为  $\sqrt{2}$   
 C. 若  $a+b=2$ , 则  $\frac{a^2}{a+1}+\frac{b^2}{b+1}$  的最小值为 1  
 D. 若  $a+b=2$ , 则  $\frac{1}{a^2+1}+\frac{1}{b^2+1}$  的最大值为  $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

10. 已知函数  $f(x)=\frac{2e^x-3}{e^x+1}$ , 则下列结论正确的是 ( )

- A.  $\exists x_0 \in \mathbb{R}$ , 使得  $f(x_0)=-\frac{5}{2}$   
 B. 函数  $f(x)$  的图象是一个中心对称图形  
 C. 曲线  $y=f(x)$  有且只有一条斜率为  $\sqrt{3}$  的切线  
 D. 存在实数  $a, b$ , 使得函数  $f(x)$  的定义域  $[a, b]$ , 值域为  $\left[\frac{1}{2}a, \frac{1}{2}b\right]$

11. 已知函数  $f(x)=\ln\frac{x}{2-x}+e^x-e^{2-x}$ , 则 ( )

- A.  $y=f(x)$  的图象关于点  $(1, 0)$  对称    B.  $y=f(x)$  的图象关于直线  $x=1$  对称  
 C.  $f(x)$  在  $(0, 1)$  单调递增    D. 函数  $y=|f(x)|-e^x$  有两个零点

**三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。**

12. 若函数  $f(x) = (x^2 + ax + 1)e^x$  在  $x = 0$  处的切线与直线  $2x - y + 2 = 0$  平行，则实数  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .

13. 已知角  $\alpha$  的终边过点  $P(-2, 4)$ ，则  $\frac{2 + \sin \alpha \cos \alpha}{2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 函数  $f(x) = x(xe^x - a) - 2a \ln x$  恰有一个零点，则实数  $a$  的范围为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

**四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。**

15. (13 分) 已知函数  $f(x) = \frac{\log_4(3-x)}{\sqrt{2x+4}}$  的定义域为集合  $A$ ，关于  $x$  的不等式

$ax - 2a + 1 \leq 0 (a \neq 0)$  的解集为  $B$ .

(1) 当  $a = 1$  时，求  $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cup B$ ；

(2) 若  $x \in B$  是  $x \in \complement_{\mathbb{R}} A$  的充分条件，求实数  $a$  的取值范围.

16. (15 分) 已知函数  $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 1$ .

(1) 求函数  $f(x)$  的单调递增区间；

(2) 若函数  $g(x) = f(x) - k (k \in \mathbb{R})$  有且仅有三个零点，求  $k$  的取值范围.

17. (15 分) 已知函数  $f(x) = \frac{a - 3^{x+1}}{3^x + b}$  是定义在  $\mathbb{R}$  上的奇函数 ( $a > 0, b > 0$ ).

(1) 求  $f(x)$  的解析式；

(2) 求当  $x \in [0, 1]$  时，函数  $g(x) = f(x) \cdot (3^x + 1) + 9^x - 1$  的值域.

18. (17 分) 设  $f(x) = a \ln x + \frac{1}{x}$ .

(1) 当  $a=1$ , 求函数  $y=f(x)$  的递减区间;

(2) 求证: 函数  $g(x) = f(x) - \frac{1}{x} - a \ln(2-x)$  的图象关于  $(1,0)$  对称;

(3) 若当且仅当  $x \in (0,1)$  时,  $f(x) > x$ , 求实数  $a$  的取值范围.

19. (17 分) 已知函数  $f(x) = \frac{1+\ln x}{x}$ .

(1) 求函数  $f(x)$  的图象在  $x=e$  ( $e$  为自然对数的底数) 处的切线方程;

(2) 若对任意的  $x \in D$ , 均有  $m(x) \leq n(x)$ , 则称  $m(x)$  为  $n(x)$  在区间  $D$  上的下界函数,  $n(x)$  为  $m(x)$  在区间  $D$  上的上界函数.

①若  $g(x) = \frac{e^x}{x+1}$ , 求证:  $g(x)$  为  $f(x)$  在  $(0,+\infty)$  上的上界函数;

②若  $g(x) = \frac{k}{x+1}$ ,  $g(x)$  为  $f(x)$  在  $[1,+\infty)$  上的下界函数, 求实数  $k$  的取值范围.