参照秘密级管理★启用前　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　试卷类型:A

2025届高三第一学期质量检测

数学试题

2025.01

注意事项:

1.答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2.回答选择题时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后,将答题卡交回。

准考证号________　　姓名________

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1.已知集合 $A=\{x|-1<x<5\}$,$B=\{x|-2<x<2\}$,则 $A\cap B=$

A. $\varnothing$　　B. $\{x|-2<x<2\}$　　C. $\{x|-1<x<2\}$　　D. $\{x|-2<x<5\}$

2.复数 $i\cdot(1+i)$ 的虚部是

A. -1　　B. 1　　C. $-i$　　D. i

3.已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列,$a_2=7$,$a_5=16$,则 $S_6=$

A. 19　　B. 51　　C. 69　　D. 87

4.若 $|\boldsymbol{b}|=2|\boldsymbol{a}|$,$\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=0$,则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

5.已知直三棱柱 $ABC\text{-}A'B'C'$,$AB=4$,$AC=3$,$AA'=2$,$\angle BAC=60°$.则直三棱柱 $ABC\text{-}A'B'C'$ 的体积为

A. 2　　B. $2\sqrt{3}$　　C. 6　　D. $6\sqrt{3}$

6.已知函数 $f(x)=(x+1)e^x$,$f(x)=k$ 有2个实数解,则 k 的取值范围是

A. $(-\infty,-\frac{1}{e^2})$　　B. $(-\frac{1}{e^2},0)$　　C. $(-\frac{1}{e^2},+\infty)$　　D. $(0,+\infty)$

7.记函数 $f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{4})(\omega>0)$ 的最小正周期为 T.若 $\frac{2\pi}{3}<T<\pi$,且 $f(\frac{3\pi}{2})=0$,则 $f(\frac{\pi}{2})=$

A. -1　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

8. 一般地，设 $f:D\to D$ 是一个函数，$\forall x\in \mathbf{D}$，记 $f^{(0)}(x)=x$，$f^{(1)}(x)=f(x)$，$f^{(2)}(x)=f(f(x))$，…，$f^{(n+1)}(x)=f(f^{(n)}(x))$，$n\in \mathbf{N}^*$，称函数 $f^{(n)}(x)$ 为 $f(x)$ 的 n 次迭代，并称 n 为 $f^{(n)}(x)$ 的迭代指数. 设 m 为自然数，$f(m)$ 为 m^2+1（十进制）的各数位上数字之和，则 $f^{(150)}(2025)=$

A. 19　　B. 11　　C. 8　　D. 5

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 下列说法正确的是

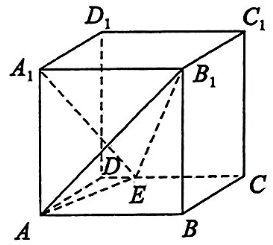
A. 数据 0，1，1，2，2，2，3，4 的极差与众数之和为 6

B. 数据 5，8，10，12，13 的第 40 百分位数是 8

C. 在使用经验回归方程进行预测时，决定系数 $R^2=1-\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2}{\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}$ 可以用来检验模型的拟合效果，其中 R^2 越大，模型的拟合效果越好

D. 一个袋子中有大小和质地完全相同的 6 个球（标号为 1，2，3，4，5，6），从袋中不放回地依次随机摸出 2 个球. 设事件 A＝“第一次摸到标号小于 4 的球”，事件 B＝“第二次摸到标号小于 4 的球”，则 A 与 B 相互独立

10. 如图，正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，E 是棱 CD 上的动点（含端点），则



A. 三棱锥 $A_1\text{-}AB_1E$ 的体积为定值

B. $EB_1\perp AD_1$

C. 二面角 $E\text{-}A_1B_1\text{-}A$ 的平面角的大小为 $\dfrac{\pi}{4}$

D. 存在某个点 E，使直线 A_1E 与平面 $ABCD$ 所成角为 60°

11. 在平面直角坐标系 xOy 中，到定点 $F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$ 距离之积等于 1 的点的轨迹记为 C. 已知点 $P(x_0,y_0)$ 为 C 上一点，则

A. 直线 $y=x$ 与 C 有 3 个公共点　　B. $-\dfrac{1}{2}\leqslant y_0\leqslant\dfrac{1}{2}$

C. $|x_0|\geqslant|y_0|$　　D. $|PO|$ 的最大值为 $\sqrt{2}$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. $(2x-y)^3$ 的展开式中 x^2y 的系数为________(用数字作答).

13. 设 P 是直线 l: $x+y+2=0$ 上的动点，过 P 作圆 C: $(x-2)^2+(y-2)^2=9$ 的切线，则切线长的最小值为________.

14. 甲、乙、丙、丁四人相互做传球训练，第 1 次由甲将球传出，每次传球时，传球者都等可能地将球传给另外三个人中的任何一人. 如果设 n 次传球后球在甲手中的概率为 P_n，则 $P_3=$________；$P_n=$________.（第一空 2 分，第二空 3 分）

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15.（13 分）

在△ABC 中，$a=\sqrt{7}$，A 为钝角，$\cos 2B=1-\dfrac{\sqrt{21}}{7}b\sin B$.

(1)求 A；

(2)若 $\cos B=\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$，求△$ABC$ 的面积.

16.（15 分）

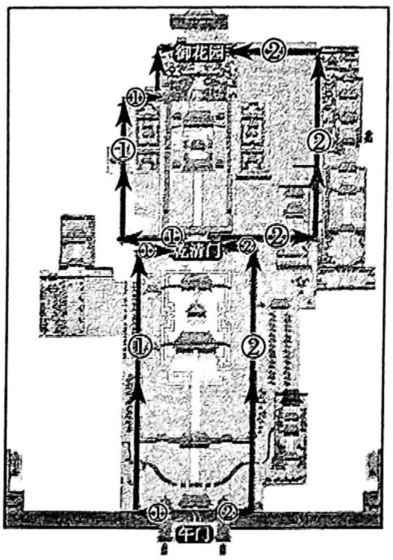
从椭圆 C: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 上一点 P 向 x 轴作垂线，垂足恰为左焦点 F_1. 点 A，B 分别是椭圆的右顶点和上顶点，且 $AB \parallel OP$，$|F_1A|=2+2\sqrt{2}$.

(1)求椭圆 C 的方程；

(2)已知 F_2 是椭圆的右焦点，直线 BF_2 与 C 相交于点 Q，求△PQF_2 的面积.

17.（15 分）

2024 年 7 月 27 日，“北京中轴线——中国理想都城秩序的杰作”正式被列入《世界遗产名录》. 某班级 30 名同学计划利用寒假时间进行“北京中轴线—故宫探游”研学活动. 游览规划：如图，第一阶段，每位同学从午门出发，等可能选择①②两条路线游览，之后到乾清门集中进行阶段总结；第二阶段，从乾清门出发继续游览，最终在御花园集合，活动结束. 已知从乾清门出发时每位同学改变之前所选路线的概率均为 $\dfrac{1}{3}$，且相互独立.



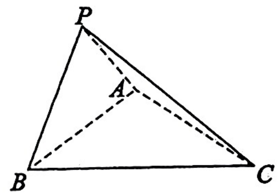
(1)求甲同学在第二阶段选择路线①的概率；

(2)记甲、乙、丙、丁4位同学中,在第一、二阶段都选路线①的人数为X,求X的期望、方差；

(3)记班级内在第一、二阶段都选择路线①的人数为r的概率为$f(r)$,则r为何值时,$f(r)$取最大值.

18.(17分)

在三棱锥P-ABC中,平面$PAB\perp$平面ABC,$AB=2\sqrt{3}$,$BC=2$,$AC=4$,$\triangle PAB$是等腰直角三角形,$PA=PB$.



(1)求证:$PA\perp$平面PBC；

(2)求异面直线PB与AC的夹角的余弦值；

(3)设点T是三棱锥P-ABC外接球上一点,求T到平面PBC距离的最大值.

19.(17分)

已知函数$f(x)=e^x-ax^2-bx-1$,其中$a,b\in\mathbf{R}$,且$f'(x)$为$f(x)$的导数.

(1)若$a=0$,且当$x\geqslant0$时,$f(x)\geqslant0$恒成立,求b的取值范围；

(2)当$a>0,b=0$时,设$g(x)=e^x-1-x\ln x$,若方程$f(x)=g(x)$存在两个不同的实根x_1,x_2,求证:$x_1x_2>e^2$.